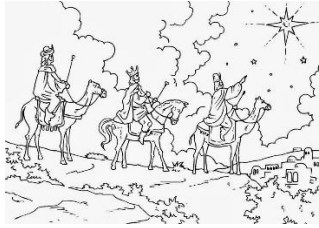


Χριστουγεννιάτικη

Επανάληψη

Επιμέλεια: Γιάννης Μιχελαράκης



1) Έστω μια **περιττή** συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow -x_0} f(x) = -l$

β) Αν $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) + \sqrt{x^2 + 7}) = 2020$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$.

2) Δίνεται συνάρτηση f με $f(x) = x^2 + \alpha x + \beta$ για την οποία γνωρίζουμε ότι : α) έχει ελάχιστο το -9 β) η γραφική της παράσταση περνά από το σημείο $M(2,0)$ γ) $f(x) > 0$ για κάθε $x > 2$.
Να βρείτε τον τύπο της f και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

3) Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να ισχύει : $(f \circ f)(x) = -x$. Να δείξετε ότι : α) η f είναι 1-1 β) $f^{-1} = -f$ γ) η f ΔΕΝ είναι γνησίως μονότονη δ) η f είναι περιττή ε) $f(0) = 0$.

4) Δίνονται οι συναρτήσεις $g: A \rightarrow B$ και $f: B \rightarrow \Gamma$. Να δείξετε ότι αν η $f \circ g$ είναι 1-1 τότε και η g είναι επίσης 1-1.

5) Να μελετηθεί ως προς τη συνέχεια η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \eta \mu x^2, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

6) Έστω συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \begin{cases} x & \text{αν } x \text{ άρρητος} \\ 0 & \text{αν } x \text{ ρητός} \end{cases}$

Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο 0.

7) Δίνεται συνάρτηση f με $f(h) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{h^{2x+1} + h^2 + 1}{h^{2x} + 1}$ με $h > 0$. α) Να βρείτε τον τύπο της f .
β) Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο σημείο $h_0 = 1$.

8) Έστω συνάρτηση f συνεχής με $|f(x)| = 2020$ για κάθε x πραγματικό. Τι συμπέρασμα μπορείτε να βγάλετε για τη συνάρτηση f ;

9) Έστω συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f^2(x) - 1 = 2xf(x)$ για κάθε x πραγματικό. Αν η γραφική της παράσταση ΔΕΝ τέμνει τη διχοτόμο του πρώτου τεταρτημόριου σε κανένα σημείο και είναι $f(0)=1$ α) Να βρείτε τον τύπο της f και β) να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της $g(x) = f(x) \ln x$, $x > 0$ τέμνει τον θετικό ημιάξονα Ox .



Χρόνια πολλά με υγεία και φώτιση !!!!!